

Schälle in Helium II

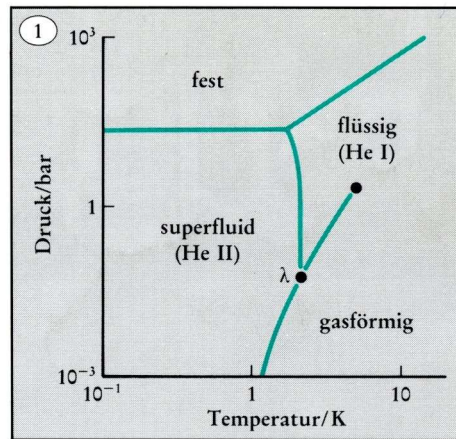
Flüssiges Helium (He) macht nicht nur von sich reden, weil es das unentbehrliche Kältemittel der Physik und Technik tiefer Temperaturen ist, sondern auch, weil es bei tiefen Temperaturen selber faszinierende Eigenschaften aufweist, die sonst bei keiner anderen Flüssigkeit zu beobachten sind. Es handelt sich um das Phänomen der Superfluidität, das bereits 1913 von H. Kamerlingh-Onnes entdeckt wurde. Die superfluide Phase, die bei Helium der Isotopensorte ^4He auftritt und mit „Helium II“ bezeichnet wird, ist von der normalfluiden Phase „Helium I“ durch einen Phasenübergang getrennt (Abbildung 1). Erfolgt die Abkühlung von Helium I durch Druckerniedrigung entlang der Dampfdruckkurve, so tritt dieser Phasenübergang bei dem Druck $p = 49$ mbar und der Temperatur $T = 2,17$ K („ λ -Punkt“) auf.

Auch für die Isotopensorte ^3He ließen sich in- zwischen superfluide Phasen nachweisen, die aber erst im Bereich einiger mK auftreten.

Das hervorstechendste Merkmal von Helium II ist zweifellos die völlige Reibungslosigkeit, mit der es selbst durch engste Kapillaren strömen kann. Darin zeigt sich eine gewisse Analogie zum Elektronensystem eines Supraleiters, das bei genügend tiefen Temperaturen ebenfalls in der Lage ist, sich reibungs- frei zu bewegen. Aber wie beim Supraleiter ist auch bei Helium II das gesamte Erscheinungsbild der Superfluidität durch das Auftreten verlustfreier Transportströme nicht vollständig erfaßt. Vielmehr gibt es für beide Systeme eine Reihe zusätzlicher charakteris- tischer Effekte, die aufgrund der reibungs- freien Bewegung allein nicht verständlich sind.

Ein charakteristisches Verhalten von Helium II besteht z.B. darin, daß eine Vielzahl von Wellenerscheinungen existiert, die sich nur hier anregen lassen. Es handelt sich dabei um mehrere Arten von Druck-, Temperatur- und Oberflächenswellen, die unter Einbeziehung gewöhnlicher Schallwellen (1. Schall) fast alle als „Schall“ bezeichnet werden (siehe Informationskasten 1). Vor kurzem (1979) sind einige neue Erkenntnisse hierüber erar- beitet worden. Insbesondere konnte ein wei- terer Schalltyp, der sogenannte 5. Schall, experimentell separiert werden.

Zunächst sei kurz das Zweiflüssigkeitenmo- dell erwähnt, mit dem sich viele Phänomene des Helium II bereits bequem beschreiben lassen.



Zweiflüssigkeitenmodell

Nachdem London die von Einstein angege- bene Kondensation eines idealen Gases, das der Bose-Statistik gehorcht, auf den λ -Über- gang von Helium angewendet hatte, formu- lierte Tisza 1938 eine makroskopische Be- schreibung des Heliums als ein kondensie- rendes Bose-Einstein-Gas, bekanntgeworden als „Zweiflüssigkeitenmodell“. Später (1941) wurde dieses Modell von Landau weiterent- wickelt. Helium II besteht nach diesem Mo- dell in seiner einfachsten Formulierung aus einer Mischung zweier nicht miteinander wechselwirkenden Flüssigkeiten, wovon sich die eine wie eine ideale, reibungsfreie Flüs- sigkeit (superfluide Komponente) und die andere wie eine normale, viskose, also zähe Flüssigkeit (normalfluide Komponente) ver- hält. Außerdem wird postuliert, daß die su- perfluide Komponente keine Entropie trägt, während die normalfluide Komponente die gesamte Entropie der Flüssigkeit enthält.

Im einzelnen werden die beiden Komponen- ten durch folgende Größen charakterisiert:

- Superfluide Komponente: Dichte ρ_s , Entropie $S = 0$, Geschwindigkeit \vec{v}_s , Viskosität $\eta = 0$.
- Normalfluide Komponente: Dichte ρ_n , Entropie $S > 0$, Geschwindigkeit \vec{v}_n , Viskosi- tät $\eta > 0$.

Die Gesamtdichte ρ ist

$$\rho = \rho_s + \rho_n,$$

ρ_s und ρ_n hängen von der Temperatur ab (Abbildung 2). Mit abnehmender Tempera- tur nimmt ρ_s zu und ρ_n ab. Bei $T=0$ ist $\rho_n = 0$, während bei $T = T_\lambda$ die superfluide Dichte ρ_s verschwindet. Die Massenflußdichte \vec{j}

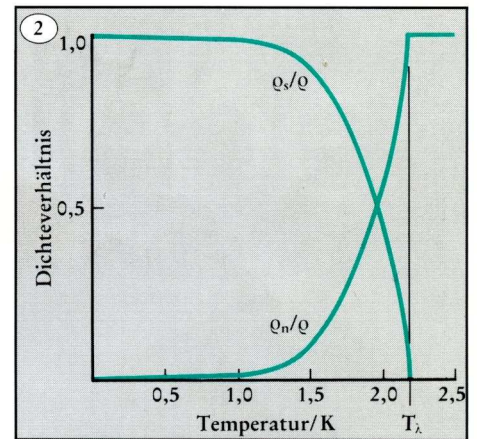


Abb. 1. Phasendiagramm von Helium (^4He). Der Bereich kleiner Drücke und Temperaturen ist durch doppelt-logarithmische Auftragung vergrößert dargestellt. Bei Normaldruck wird Helium bei 4,2 K flüssig (Helium I). Der kritische Punkt liegt bei 5,2 K und 2,3 bar. Kühlt man Helium I durch Druckerniedrigung weiter ab, so bleibt es unter seinem Dampfdruck flüssig, wobei am λ -Punkt ($T = 2,17$ K, $p = 49$ mbar) der Übergang zur superfluiden Phase Helium II erfolgt. Verfestigen läßt sich Helium nur oberhalb von 25 bar.

Abb. 2. Temperaturabhängigkeit von ρ_s und ρ_n , den Dichten der superfluiden und normalfluiden Komponente von Helium II. Entsprechend dem Zweiflüssigkeitenmodell besteht Helium II aus einer Mischung dieser beiden Komponenten. Im Bild ist der Verlauf der Dichten auf die Gesamtdichte ρ bezogen. Unterhalb der λ -Temperatur wächst ρ_s/ρ mit abnehmender Temperatur von 0 auf 1, während ρ_n/ρ entsprechend abnimmt.

stellt sich entsprechend dem Zweiflüssigkeitenmodell ebenso als Überlagerung dar:

$$\vec{j} = \varrho_s \vec{v}_s + \varrho_n \vec{v}_n.$$

Trotz der großen Anschaulichkeit des Zweiflüssigkeitenmodells muß man im Auge behalten, daß es keine physikalische Realität besitzt; die Flüssigkeit kann nicht tatsächlich in die beiden Komponenten zerlegt werden. Seine Formulierung hat aber zweifellos den entscheidenden Anstoß für viele Helium-II-Experimente gegeben.

Erster und zweiter Schall

Wie bereits erwähnt, wird der gewöhnliche

Schall, d.h. Druck- bzw. Dichtewellen, als 1. Schall bezeichnet. Seine Phasengeschwindigkeit c_1 ist proportional der Wurzel aus dem Quotienten von Kompressionsmodul K und Dichte ϱ . Die Temperaturabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit ist in Abbildung 3 eingetragen, für $T \rightarrow 0$ ist $c_1 = 239$ m/s.*

Beim 2. Schall handelt es sich um Temperaturwellen. Im Bilde des Zweiflüssigkeitenmodells führt die Gegenbewegung von superfluider und normalfluider Komponente zu lokalen Oszillationen des Dichteverhältnisses ϱ_n/ϱ_s , was äquivalent zu Temperatur-Oszillationen ist. Dieses Bild versagt allerdings für Temperaturen unter 0,5 K, da hier ϱ_n praktisch gleich Null ist. Die Phasenge-

schwindigkeit c_2 ergibt sich aus der Landau-Theorie. Sie ist proportional zu $\sqrt{\varrho_s/\varrho_n}$ und zu einem Faktor, der die spezifische Entropie s , die Temperatur T und die isochore spezifische Wärme enthält (siehe Informationskasten 2). Ihre Temperaturabhängigkeit ist ebenfalls in Abbildung 3 eingetragen. Der experimentelle Nachweis gelang 1944 Peshkov mit einem wechselstromdurchflossenen Widerstandsdraht als Sender und einem Widerstandsthermometer als Empfänger.

Dritter und vierter Schall

3. und 4. Schall wurden ebenfalls aufgrund des Zweiflüssigkeitenmodells vorhergesagt. In beiden Fällen handelt es sich um Wellen in

Informationskasten 1

Wellen in Materie

Periodische Zustandsänderungen, die sich in Materie ausbreiten, bezeichnet man als Welle. So führen z.B. in Festkörpern periodische, elastische Deformationen zu elastischen Wellen. In Flüssigkeiten und Gasen existieren entsprechend den möglichen Zustandsänderungen Druckwellen (bzw. Dichtewellen) oder unter bestimmten Bedingungen auch Temperaturwellen. An der Oberfläche von Flüssigkeiten schließlich führen Deformationen zu Oberflächenwellen, die sich aus Kapillarwellen und Schwerewellen zusammensetzen. Bei den Kapillarwellen, die im Bereich kürzerer Wellenlängen überwiegen, entsteht die rücktreibende Kraft aufgrund der Oberflächenspannung, während diese bei den Schwerewellen durch die Gravitation hervorgerufen wird.

Die Bewegungsgleichung für eine Welle ist eine partielle Differentialgleichung, Wellengleichung genannt. Sie besitzt für den Fall, daß die Ausbreitung nur in einer Raumrichtung (x -Richtung) erfolgt, die Form

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}. \quad (1)$$

$A(x,t)$ ist darin die Größe, die die Zustandsänderung bzw. die Auslenkung beschreibt, also z.B. der Druck p oder die Dichte ϱ bei den Dichtewellen oder die Auslenkung y der Flüssigkeitsoberfläche bei den Oberflächenwellen. Als Lösung der Wellengleichung erhält man z.B.

$$A(x,t) = A_0 \sin 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (2)$$

Dies ist der Ausdruck für eine ungedämpfte harmonische Welle. Im allgemeinen wird bei der Wellenausbreitung Energie dissipiert, so daß die Welle gedämpft wird. In Gleichung (2) tritt dann noch ein entsprechender Dämpfungsfaktor hinzu.

Die Größe c in Gl. (1) ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit oder Phasengeschwindigkeit der Welle. Sie ist gleich dem Produkt aus Frequenz f und Wellenlänge λ :

$$c = f \cdot \lambda. \quad (3)$$

Der Wert von c ist durch Materialkonstanten bestimmt. So erhält man z.B. für Flüssigkeiten und Gase unter der Voraussetzung konstanter Temperatur:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho} \right)_T = \frac{K}{\varrho}. \quad (4)$$

Hierin ist K der Kompressionsmodul, der im Fall idealer Gase gleich dem Druck p ist. In vielen Fällen muß man berücksichtigen, daß die Zustandsänderungen nicht, wie vorausgesetzt, isotherm verlaufen, sondern adiabatisch (Entropie $S = \text{konstant}$). Dann ergibt sich anstelle von Gl. (4):

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho} \right)_S = \frac{\kappa K}{\varrho}, \quad (5)$$

worin κ das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten c_p und c_v ist.

Bei den Oberflächenwellen setzt sich c aus den einzelnen Phasengeschwindigkeiten der beteiligten Wellen zusammen:

$$c^2 = c_s^2 + c_K^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\lambda\varrho}. \quad (6)$$

g ist die Erdbeschleunigung und σ die Oberflächenspannung. Die Phasengeschwindigkeit c_s der Schwerewellen wächst mit zunehmender Wellenlänge (normale Dispersion), während die für die Kapillarwellen, c_K , mit zunehmender Wellenlänge abnimmt (anomale Dispersion). Die Überlagerung führt zu einem Minimum der Phasengeschwindigkeit (für Wasser bei $\lambda \approx 1,7$ cm).

Ist die Dämpfung sehr groß, so kommt keine durch Gl. (2) beschreibbare Welle mehr zustande. Die entsprechende Differentialgleichung ist jetzt vom Typ der Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}. \quad (7)$$

(Bei der Wärmeleitung ist A die Temperatur und χ die Temperaturleitfähigkeit.) Eine periodische Lösung dieser Gleichung führt zu einer stark gedämpften Welle, deren Amplitude sich über die Strecke einer Wellenlänge auf etwa 2 % verringert. Als Phasengeschwindigkeit ergibt sich

$$c^2 = 4\pi f \chi. \quad (8)$$

Es ist üblich, elastische Wellen einschließlich der Druck- und Oberflächenwellen, falls sie sich mit schwacher Dämpfung ausbreiten können, als Schallwellen oder kurz als Schall zu bezeichnen. Insbesondere bei den vielen Wellentypen, die in superfluidem Helium (Helium II) angeregt werden können, hat sich dieser Sprachgebrauch eingebürgert.

Informationskasten 2

Schallgeschwindigkeiten

1. Schall

Die Phasengeschwindigkeit c_1 des ersten Schalls ist gegeben durch:

$$c_1^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = \frac{K}{\rho}$$

Hierbei bedeutet

$$\frac{1}{K} = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

die isotherme Kompressibilität.

2. Schall:

Aus der Landau-Theorie folgt die Phasengeschwindigkeit des zweiten Schalls zu

$$c_2^2 = \frac{\rho_s \cdot s^2}{\rho_n} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_\rho = \left(\frac{\rho_s}{\rho_n} \right) \left(\frac{s^2 \cdot T}{c_v} \right)$$

Für $T = 0$ gilt:

$$c_2^2 = c_1^2/3$$

Die spezifische Entropie ist definiert durch $s = S/m$.

Die angegebenen Formeln für den 1. und 2. Schall gelten für den „Idealfall“, d.h. c_1 für den isothermen Fall und c_2 für den Fall $\rho = \text{konstant}$. Im Experiment ist dies aber nur bis zu einem gewissen Grad realisierbar. Beim 1. Schall gibt es aufgrund des mehr adiabatischen Verlaufs leichte Änderungen in ρ_n/ρ_s und damit kleine Beimischungen von 2. Schall. Andererseits gibt es beim 2. Schall leichte ρ -Änderungen und damit kleine Beimischungen von 1. Schall.

eingeschränkten Geometrien. Als 3. Schall bezeichnet man Oberflächenwellen auf dünnen He-Filmen. Die normalfluide Komponente ist dabei aufgrund der Viskosität an der Unterlage festgehalten. Die Rückstellkräfte entstehen durch die sogenannte van-der-Waals-Wechselwirkung zwischen He und Substrat in formaler Analogie zur Gravitation bei Schwerewellen (bei den van-der-

*Zum Vergleich: Schallgeschwindigkeit in Wasser: 1500 m/s; in Luft: 330 m/s bei 300 K.

3. Schall

Für den isothermen dritten Schall kann abgeleitet werden:

$$c_{3T}^2 \approx \frac{\rho_s}{\rho} d \frac{\partial \Omega}{\partial d} \left(1 + \frac{sT}{L} \right)$$

d ist darin die Filmdicke, Ω die van-der-Waals-Energie und L die Verdampfungswärme.

4. Schall:

Quantitativ läßt sich die Phasengeschwindigkeit c_4 für den 4. Schall wie folgt formulieren:

$$c_4^2 = \frac{\rho_s}{\rho} c_1^2 \cdot \left[1 + \frac{2sT}{\rho c_p} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \right] + \frac{\rho_n}{\rho} c_2^2$$

Der zweite und dritte Term ergeben sich aber im allgemeinen als so klein (maximal 2%), daß man auch schreiben kann:

$$c_4^2 \approx (\rho_s/\rho) \cdot c_1^2$$

In diesen Ausdrücken bedeutet c_p die isobare spezifische Wärme.

Oberflächenspannungsschall:

Definiert man die Oberflächenenergie μ_σ einer gekrümmten Oberfläche (Zylinder vom Radius R), die mit einem Film der Dicke d bedeckt ist, durch

$$\mu_\sigma = \frac{\sigma}{R+d}$$

wobei σ die Oberflächenspannung ist, dann liefert die Behandlung des Problems für die Phasengeschwindigkeit c_σ der dazugehörigen Welle:

periodische Verdampfungs- und Rekondensationsvorgänge ermöglicht werden. Wegen der kurzen Reichweite der van-der-Waals-Wechselwirkung Ω nimmt c_{3T} mit wachsender Filmdicke stark ab.

Der 4. Schall tritt in engen Kapillaren, sog. Superlecks, auf, die vollständig mit He II gefüllt sind. Diese Wellen entsprechen in gewisser Weise dem 1. Schall in der ausgedehnten Flüssigkeit, d.h. p bzw. ρ oszilliert. Wegen der engen Geometrie ist aber wie beim 3. Schall die normalfluide Komponente festgehalten, so daß gleichzeitig auch Temperatur-

$$c_\sigma^2 = \left(\frac{\rho_s}{\rho} \right) \cdot d \cdot \frac{\partial \mu_\sigma}{\partial d} = \left(\frac{\rho_s}{\rho} \right) \cdot \frac{\sigma d}{\rho (R+d)^2}$$

Zweiphasenschall:

Bei normalen Flüssigkeiten gilt im Zweiphasengebiet

$$c^2 = c_1^2 \left[1 + \left(\frac{c_D^2/c_1^2 - 1}{1 + (c_D^2/c_1^2) (\rho_D/\rho) (L/(H-L))} \right) \right],$$

was sich wegen $\rho_D/\rho \ll 1$ zu $c \approx c_D$ vereinfacht (der Index D bezieht sich auf den Dampf, der Index 1 auf die Flüssigkeit). Der analoge Ausdruck für He II heißt:

$$c^2 = c_2^2 \left[1 + \left(\frac{c_D^2/c_2^2 - 1}{1 + (c_D^2/c_2^2) (L/(H-L)) (\rho_s^2 \rho_n / (\rho_n s_D dp/dT))} \right) \right]$$

Hierin bedeuten: c_1 bzw. c_2 die Schallgeschwindigkeiten des ersten und des zweiten Schalls, L die Füllhöhe des Schallkanals mit Flüssigkeit und H dessen totale Höhe (rechteckiger Querschnitt).

5. Wellentyp

Für eine Geometrie, bestehend aus zwei planparallelen Glasplatten im Abstand d von wenigen μm , läßt sich der folgende Ausdruck für die Phasengeschwindigkeit c des 5. Wellentyps ableiten:

$$c^2 = \frac{4\pi f \rho_n c_1^2 c_2^2}{c_4^2} \left(\frac{d^2}{3\eta} + \frac{\lambda}{\rho^2 s^2 T} \right)$$

Hierin bedeuten: η die Viskosität, λ die Wärmeleitfähigkeit und f die Frequenz. Die anderen Größen haben die übliche Bedeutung.

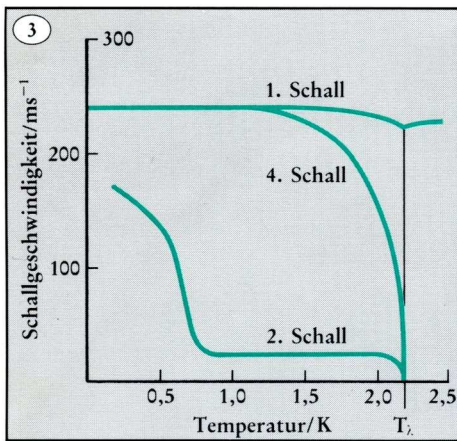
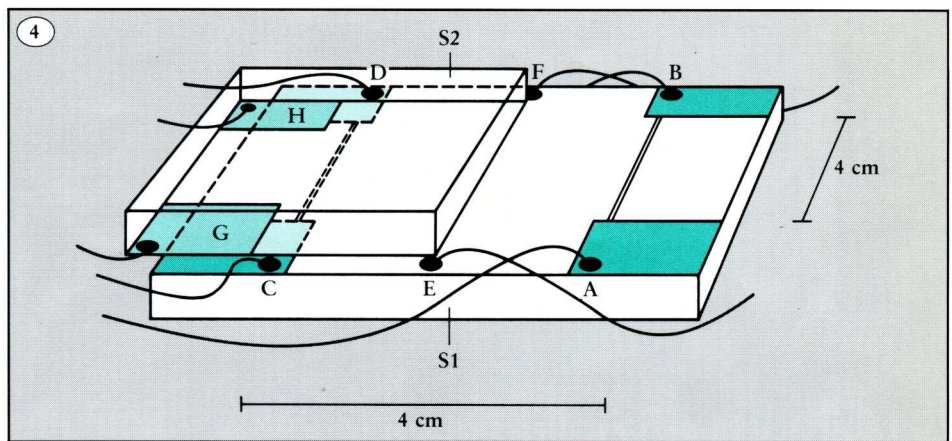


Abb. 3. Temperaturabhängigkeit der Phasengeschwindigkeiten des ersten, zweiten und vierten Schalls. Beim 1. Schall handelt es sich um gewöhnlichen Schall, während die anderen beiden Schalltypen nur im Helium II auftretende Temperaturwellen sind, deren Phasengeschwindigkeit bei der λ -Temperatur gegen Null geht.

Abb. 4. Meßanordnung zum Nachweis des 5. Schalls (nach Jelatis et al. [2]). Die Platte S1 trägt in der Mitte einen Heizdraht (EF) und an den Enden Bolometer (AB und CD). Über der einen Hälfte befindet sich im Abstand von $5 \mu\text{m}$ eine zweite Platte, wodurch die zum Auftreten von 5. Schall notwendige enge Geometrie entsteht. Die Messung der He-Filmdicke erfolgt kapazitiv über die Plattenpaare CG und DH. Die offene Hälfte dient zu Referenzmessungen der Phasengeschwindigkeit von 3. Schall.

Abb. 5. Meßergebnisse, die mit der in Abbildung 4 skizzierten Anordnung erhalten wurden (nach [2]). Für die Temperatur $T = 1,3 \text{ K}$ sind in Abhängigkeit von der Filmstärke die Schallgeschwindigkeiten c_{3T} (●) und c_{3A} (○) angegeben. Die durchgezogenen Kurven geben den theoretischen Verlauf wieder. Aus der Differenz wurde für die Filmstärken von $12,5 \text{ nm}$ die Temperaturabhängigkeit von c_5 bestimmt.



Oszillationen auftreten. Im allgemeinen Fall setzt sich der 4. Schall in komplizierter Weise aus 1. und 2. Schall so zusammen, daß genähert gilt (siehe Informationskasten 2):

$$c_4^2 \approx \frac{\rho_s}{\rho} c_1^2.$$

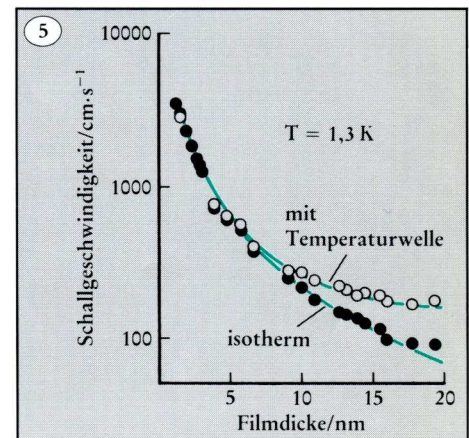
Dies entspricht für $T \rightarrow 0$ genau dem 1. Schall in ausgedehnter Flüssigkeit. Die Temperaturabhängigkeit von c_4 ist in Abbildung 3 dargestellt. Eine schematische Übersicht aller Schalltypen in He II enthält Tabelle 1.

Fünfter Schall

Der experimentelle Nachweis des 5. Schalls gelang 1979 zwei Gruppen in den USA: Williams, Rosenbaum und Rudnick [1] und Jelatis, Roth und Marquard [2]. Beide Gruppen setzten unterschiedliche Meßanordnungen ein. Aufgrund einer sehr übersichtlichen Geometrie ist die Anordnung von Jelatis et al. im Hinblick auf Auswertung und Diskussion weniger kompliziert, so daß auch der prinzipielle Zugang zur Natur des 5. Schalls anhand dieses Experiments leichter zu erhalten ist. Es soll deshalb zuerst besprochen werden.

Abbildung 4 zeigt die Meßanordnung zum Nachweis des 5. Schalls von Jelatis et al. [2]. Sie besteht zunächst einmal aus einem Substrat S1, das mit einem He-Film bedeckt ist. Ein Heizdraht (EF) erlaubt die Erzeugung von 3. Schall, der sich mit supraleitenden Bolometern (AB bzw. CD) nachweisen läßt.

In den meisten Filmexperimenten ist genügend Gas für den Verdampfungs-Rekondensationsprozeß vorhanden, so daß tatsächlich c_{3T} gemessen wird. Wird dieser Prozeß jedoch begrenzt, so daß im Film adiabatische* Bedingungen vorliegen, erhält man einen weiteren Beitrag, den sog. 5. Schall:



$$c_{3A}^2 = c_{3T}^2 + c_5^2$$

Es handelt sich dabei um eine Temperaturwelle, die dadurch entsteht, daß das Verhältnis ρ_s/ρ_n infolge der festgehaltenen Normalkomponente in den Wellenbergen des 3. Schalls zugunsten von ρ_s , in den Wellentälern dagegen zugunsten von ρ_n verschoben ist. Die damit verbundene Temperaturvariation entspricht den Temperaturwellen in ausgedehntem He II (2. Schall). Wie von Rudnick et al. [3] gezeigt, gilt:

$$c_5^2 = \frac{\rho_n}{\rho} c_2^2.$$

Die Schwierigkeiten, den 5. Schall experimentell nachzuweisen, liegen nun darin, einmal den Verdampfungs-Rekondensationsprozeß zu begrenzen und zum anderen c_{3T} möglichst klein gegenüber c_5^2 zu machen. In der Anordnung von Jelatis et al. (Abbildung 4) befindet sich über einer Hälfte der Substratplatte S1 eine zweite im Abstand von $h = 5 \mu\text{m}$, die ebenfalls mit einem He-Film bedeckt ist. Dieser Abstand ist kleiner als die

*adiabatisch: Der Wärmeaustausch mit der Umgebung ist unterbunden.

Tabelle 1. Übersicht über die verschiedenen Wellen- bzw. Schalltypen in Helium. Die hier aufgeführten Zitate finden sich in der angegebenen Literatur, soweit sie nicht extra genannt sind.

Welle	Typ	Phasengeschwindigkeit	Theorie	Experiment
1. Schall	normaler Schall	$c_1^2 = \frac{K}{\rho}$		Findley et al. 1938
2. Schall	Temperaturwellen	$c_2^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{s^2 T}{c_p}$	Tisza 1938, Landau 1941	Peshkov 1944
3. Schall	Oberflächenwellen auf Filmen aufgrund der van-der-Waals-Wechselwirkung	$c_3^2 = \frac{\rho_s}{\rho} d \frac{\partial \Omega}{\partial d} \left(1 + \frac{sT}{L}\right)$	Atkins 1959	Atkins et al. 1962 Everitt et al. 1964 Pickar, Atkins 1969
4. Schall	1. Schall in Kapillarsystem (vollständig mit He gefüllt)	$c_4^2 = \frac{\rho_s}{\rho} c_1^2$	Pellam 1948, Atkins 1959	Rudnick, Shapiro 1962
5. Schall	2. Schall in Kapillarsystem (teilweise mit He gefüllt)	$c_5^2 = \frac{\rho_n}{\rho} c_2^2$	Rudnick et al. 1979 [3] (Atkins 1959, Putterman 1974)	Williams et al. 1979 [1] Jelatis et al. 1979 [2]
Oberflächen- spannungsschall	Oberflächenwellen auf gekrümmten He-Filmen aufgrund der Oberflächenspannung	$c_6^2 = \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\sigma d}{\rho(R+d)^2}$	Saam, Cole 1975	Rosenbaum et al. 1979 [5]
Zweiphasen- schall	Kopplung von 2. Schall an Schall in He-Dampf	$c_D > c > c_2$	Putterman et al. 1979 [6]	Putterman et al. 1979 [6]
5. Wellentyp	2. Schall in Kapillarsystem (vollständig mit He gefüllt), stark gedämpft		Wiechert, Meinhold-Heerlein 1971 [9]	Passing, Wiechert 1980 [8]
2. Oberflächen- schall	Dichtewellen im Gas der thermischen Elementaranregungen der Oberfläche		Andreev, Kompaneets 1972	Eckardt et al. 1974 (in ^3He - ^4He)
0. Schall	Tieftemperaturschall in einem Fermi-System		Landau 1957	Keen et al. 1963 (in ^3He)

mittlere freie Weglänge l im Gas, so daß Atome aus dem einen Film den anderen erreichen können, ohne sich mit dem Gas ins thermische Gleichgewicht zu setzen. Der Zusammenhang mit h und l läßt sich durch

$$c_{3A}^2 = c_{3T}^2 + c_3^2 / (1 + Bh/l)$$

beschreiben. B ist darin im wesentlichen ein Geometriefaktor, der experimentell bestimmt wird: $B = 0,07$. Wieweit der Einfluß des Gases tatsächlich reduziert ist, hängt über l von der Temperatur ab. Zwischen 1 und 1,7 K variiert l von 2,5 bis 0,06 μm . Um c_{3T}^2 möglichst klein zu halten, braucht man

maximale Filmdicken. Filmdicken bis zu 30 nm sind möglich bevor Kapillar-Instabilitäten auftreten. Die Messung der Filmdicke erfolgt kapazitiv über die Plattenpaare CG und DH.

Mit dieser Anordnung lassen sich c_{3T} und c_{3A}

gleichzeitig messen. Abbildung 5 zeigt Ergebnisse für $T = 1,3 \text{ K}$ in Abhängigkeit von der Filmdicke. Die Meßpunkte für c_{3T} (●) passen gut mit der theoretischen Kurve zusammen. Das gleiche gilt für c_{3A} (○) wenn die Ausdrücke für c_{3A} und c_3 verwendet werden (durchgezogene Kurve). Für Filmdicken von etwa $12,5 \text{ nm}$ wurde die Temperaturabhängigkeit des 5. Schalls zwischen 1 und $1,7 \text{ K}$ bestimmt (Abbildung 6). Die Werte stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit gut mit der theoretischen Kurve überein. Die Autoren kündigen weitere Messungen mit einer 4-Bolometer-Anordnung an, um auch die relativen Dämpfungen von c_{3T} und c_{3A} zu bestimmen.

Williams et al. [1] wiesen 5. Schall in einer ringförmigen Superleck-Anordnung nach (Abbildung 7). Es wird Aluminiumoxid-Pulver mit einem mittleren Korndurchmesser von $1 \mu\text{m}$ und einer Porosität von $P = 0,75$ (Verhältnis von offenem Volumen und Gesamtvolumen) verwendet. Die Füllung der Kammer erfolgt durch Kondensation einer bestimmten He-Menge. Sie ist nur zum Teil gefüllt, so daß die Körner mit einem He-Film bedeckt sind. Die Pulver-Packung ist mit einer Plexiglasplatte abgedeckt, um Kopplungen mit Schallwellen im Gas des Ringkanals zu vermeiden (Zweiphasenschall, s.u.). Ein Heizdraht zur Schallerzeugung und drei Widerstandsthermometer (für verschiedene Temperaturbereiche) als Empfänger sind in den Plexiglasring eingelassen. Die Messung der Schallgeschwindigkeit c erfolgt über stehende Wellen im Ring.

Im gleichen Ringkanal wurde auch Oberflächenspannungsschall untersucht (s.u.), dessen Auftreten den Nachweis des 5. Schalls erschwert:

$$n^2 c^2 = c_{3T}^2 + c_0^2 + c_3^2$$

c_0 ist darin die Phasengeschwindigkeit des Oberflächenspannungsschalls, der aufgrund der gekrümmten Filmoberfläche auftritt. Zudem sind in dieser Anordnung die Vorgänge durch die ungeradlinigen Schallwege im Superleck verwickelter. Dies wird in dem angegebenen Ausdruck durch einen Brechungsindex n berücksichtigt, der experimentell mit bestimmt werden muß.

Abbildung 8 zeigt Messungen von c in Abhängigkeit vom He-Füllgrad f des Ringkanals für verschiedene Temperaturen zwischen $0,44$ und $2,01 \text{ K}$. Bis $f = 0,3$ ist der Kurven-

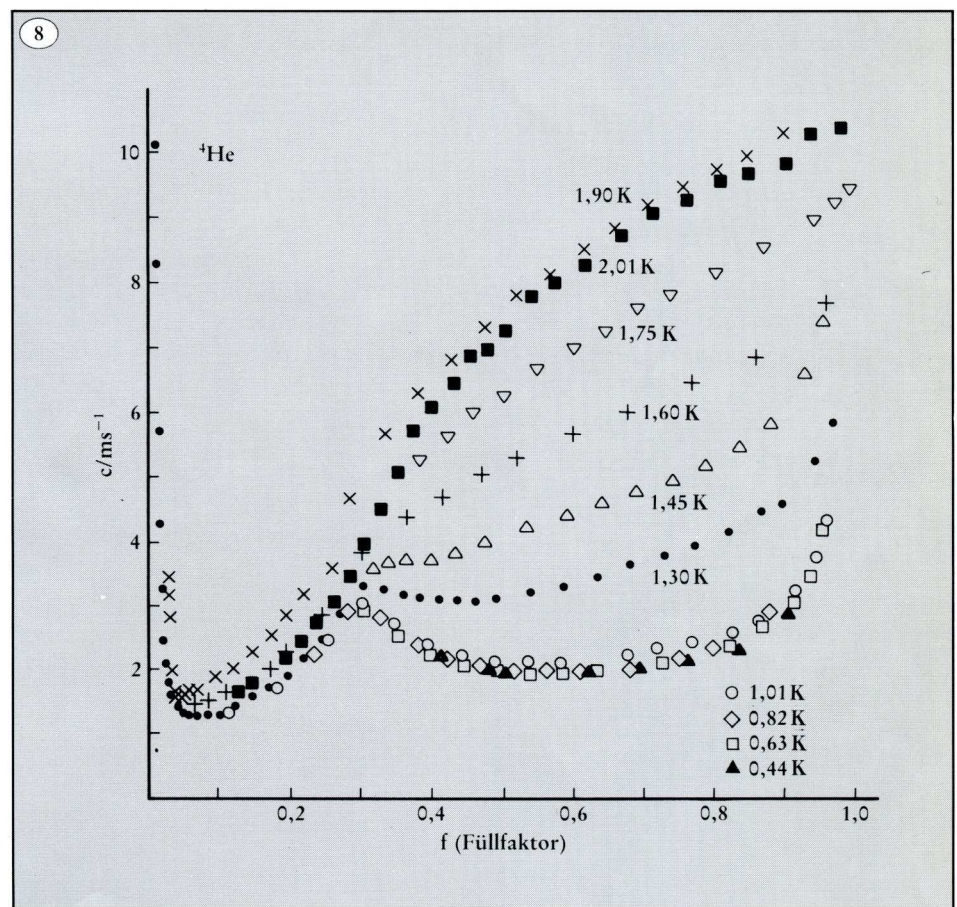
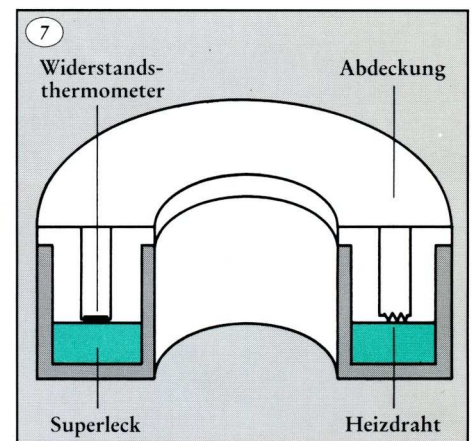
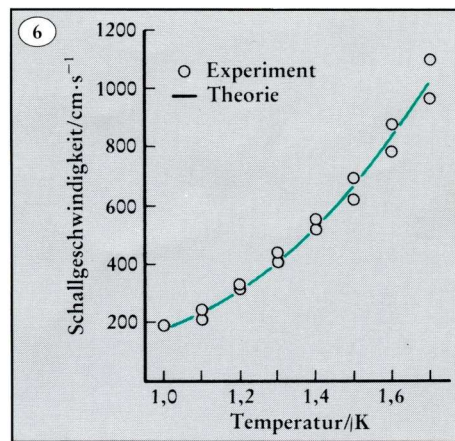


Abb. 6. Temperaturabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit des 5. Schalls (nach [2]). Die ausgezogene Kurve gibt den theoretischen Verlauf an.

Abb. 7. Meßanordnung zum Nachweis des 5. Schalls (nach Williams et al. [1]). Es handelt sich um eine ringförmige Superleck-Anordnung aus Aluminiumoxid-Pulver (mittlerer Korndurchmesser: $1 \mu\text{m}$). Kanalabmessungen: Breite $1,1 \text{ cm}$, Höhe $0,7 \text{ cm}$ und mittlerer Umfang $11,4 \text{ cm}$. Ein Heizdraht zur Schallerzeugung und drei Widerstandsthermometer als Empfänger

sind in einen Plexiglasdeckel eingelassen. Die Messung erfolgt über stehende Wellen im Ring.

Abb. 8. Meßergebnisse, die mit der in Abbildung 7 skizzierten Anordnung erhalten wurden (nach [1]). Die gemessene Schallgeschwindigkeit (eine Überlagerung aus c_{3T} , c_0 und c_3) ist in Abhängigkeit vom He-Füllgrad für verschiedene Temperaturen angegeben. Oberhalb des Füllgrades $f = 0,3$ überwiegt der 5. Schall, so daß er aus den Messungen separiert werden kann.

verlauf für alle Temperaturen praktisch gleich. Am Anfang überwiegt der 3. Schall, dessen Phasengeschwindigkeit aber rasch mit steigendem Füllgrad abnimmt. Für $0,05 < f < 0,3$ überwiegt der Oberflächenspannungsschall. Ab $f = 0,3$ schließlich kann der 5. Schall beobachtet werden. Man erkennt leicht, daß c_5 deutlich mit der Temperatur zunimmt. Um quantitativ $c_5(T)$ aus den Meßkurven zu separieren, wird ausgenutzt, daß c_5 unterhalb von etwa 1 K sehr klein wird, da q_n/q gegen Null geht. Der Grenzwert von c bei 0,8 K wird c_0 genannt. Da sowohl c_0^2 als auch c_{3T}^2 proportional zu q_s/q variieren, ist der Zusammenhang durch

$$(c_0^2 + c_{3T}^2)/n^2 = (q_s/q)c_0^2$$

anzusetzen, woraus sich mit dem bereits diskutierten Ausdruck für n^2c^2

$$c_5^2 = n^2 (c^2 - (q_s/q) c_0^2)$$

ergibt. n wird bei einer willkürlichen Temperatur (1,45 K) bestimmt, indem c_5 an den theoretischen Wert aus $c_5^2 = (q_n/q) c_2^2$ angepaßt wird. Abbildung 9 zeigt die so bestimmte Temperaturabhängigkeit für $f = 0,65$ ($n = 1,46$). Auch hier ergibt sich gute Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf (ausgezogene Kurve). Andere Füllfaktoren führen zum gleichen Ergebnis.

Entsprechende Meßergebnisse an ^3He - ^4He -Mischungen sind ebenfalls in Abbildung 9 eingetragen. Nach Skalierung von c_0 mit $(\sigma_{34}/\sigma_4)^{1/2}$ (σ_{34} und σ_4 sind die Oberflächenspannungen der Mischung bzw. von reinem ^4He) ergibt sich auch hier beste Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf. Die zugehörigen Meßkurven $c(f)$ sind in Abbildung 10 wiedergegeben. Für $f = 1$ erfolgt wie auch in Abbildung 8 der Übergang zu 4. Schall. In einer weiteren Arbeit haben Williams und Rosenbaum [4] c_5 -Messungen bis herab zu 0,27 K ausgedehnt. Durch Verwendung größerer Pulverkörner (mittlerer Durchmesser: 25 μm) gelang es, den Anteil von c_0 zu verkleinern. Abbildung 11 verdeutlicht das Ergebnis, wieder im Vergleich zum theoretischen Verlauf.

Oberflächenspannungsschall

Wie bereits erwähnt, wurde gleichzeitig mit dem 5. Schall der Oberflächenspannungsschall untersucht [5]. Es handelt sich hierbei nicht um die bekannten Kapillarwellen, die auf Flüssigkeitsoberflächen im kurzwelligen

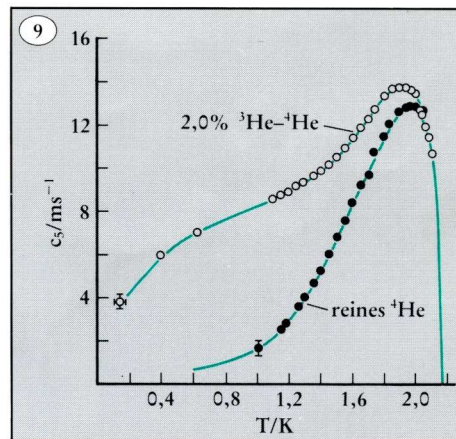


Abb. 9. Temperaturabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit des 5. Schalls für ^4He und eine ^3He - ^4He -Mischung (nach [1]). Der He-Füllgrad betrug 0,65. Die ausgezogenen Kurven geben den theoretischen Verlauf an.

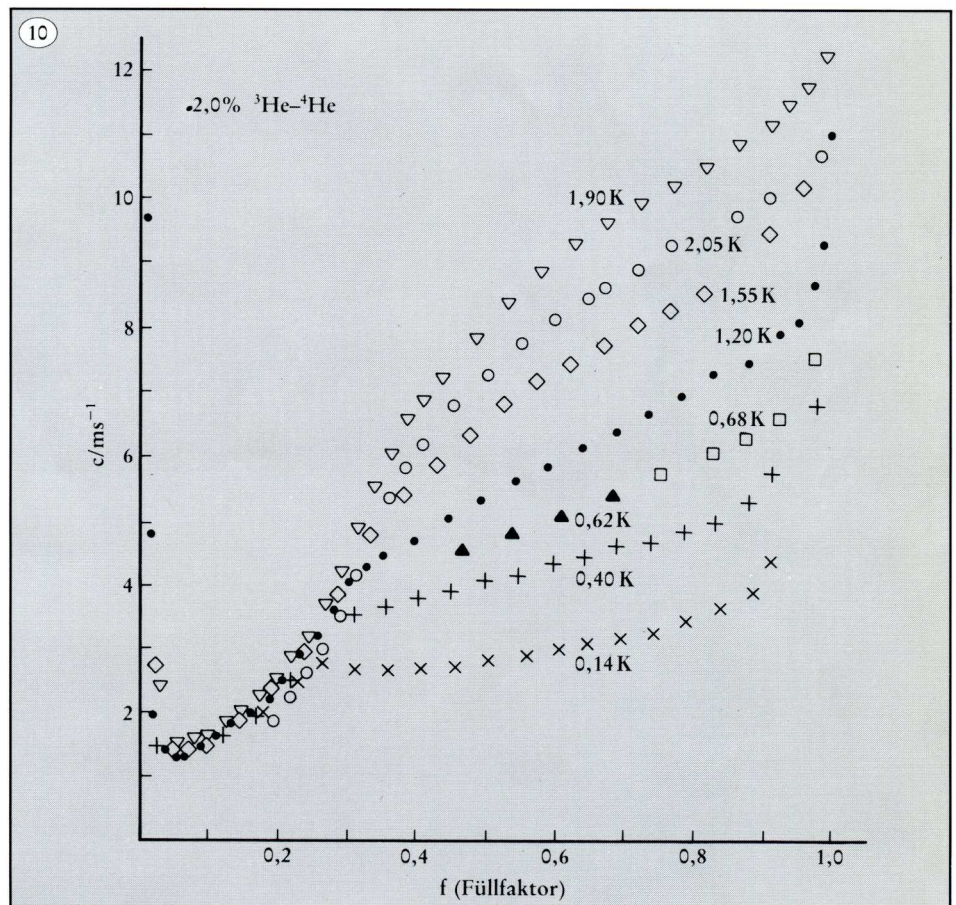


Abb. 10. Meßergebnisse für ^3He - ^4He , die analog zu denen in Abbildung 8 erhalten wurden (nach [1]). Der ^3He -Gehalt betrug 2%.

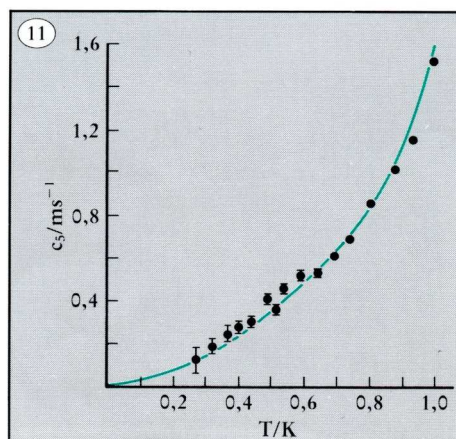


Abb. 11. Temperaturabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit des 5. Schalls unterhalb 1 K (nach [4]). Die ausgezogene Kurve gibt wieder den theoretischen Verlauf an.

Bereich auftreten und deren Rückstellkräfte aus der Oberflächenspannung resultieren. Der Oberflächenspannungsschall tritt nur auf gekrümmten Oberflächen auf, wie sie ja in einem teilweise mit He II gefüllten Superleck vorkommen. Eine quantitative Behandlung ist natürlich wegen der komplizierten Pulvergeometrie außerordentlich schwierig. Selbst mit einem idealisierten Modell sich berührender Kugeln ist nur ein qualitatives Verständnis möglich.

Für eine gekrümmte Oberfläche (Zylinder mit Radius R), die mit einem Film der Dicke d bedeckt ist, ist die Oberflächenspannung σ durch

$$\sigma = p (R + d)$$

(p = Druck) gegeben. Daraus läßt sich die Phasengeschwindigkeit c_σ der zugehörigen Welle ermitteln. (Siehe Informationskasten 2.) Sie ist umso größer, je kleiner der Krümmungsradius der Oberfläche ist. Für ein 50 nm-Superleck ist in Abbildung 12 der Verlauf der Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Füllgrad f angegeben. Er läßt sich qualitativ folgendermaßen deuten: Bis $f = 0,3$ dominiert 3. Schall, die einzelnen Körner sind mit einem He-Film überzogen, und mit wachsender Filmdicke nimmt c_3 ab. Für $f > 0,3$ nimmt die Schallgeschwindigkeit wieder stark zu. Dies ist der Bereich, in dem Kapillar-Kondensation einsetzt, d.h. nicht mehr die Filmdicke d wird weiter vergrößert, sondern die Berührstellen der Körner werden aufgefüllt. Dadurch wird aber der mittlere Krümmungsradius der He-Oberfläche verkleinert, da an den Berührstellen eine Krümmung entsteht, die sehr viel kleiner als die der Kornoberflächen ist. Dies ist also der Bereich, wo c_σ überwiegt. Bei $f = 0,6$ gibt es eine weitere Veränderung im Kurvenverlauf; die Schallgeschwindigkeit nimmt jetzt erneut ab. Hier beginnen sich nun die Berührbereiche zu überlappen, d.h. die Poren sich mit He aufzufüllen. Dadurch kann sich natürlich die Oberflächenspannung nicht mehr auswirken.

In Abbildung 8 war das gleiche Verhalten für ein 1 μm -Superleck zu erkennen. c_σ ist hier kleiner und die charakteristischen Füllgrade liegen niedriger: bei $f = 0,03$ der Beginn der Kapillar-Kondensation und bei $f = 0,3$ der Beginn der Porenfüllung.

Zweiphasenschall

Ein weiterer Schalltyp, der bei He II auftritt

ten kann, ist der Zweiphasenschall. Er wurde in dem gleichen Ringkanal beobachtet wie der 5. und der Oberflächenspannungsschall [6]. Der Kanal enthielt diesmal kein Aluminiumoxid-Pulver und war zur Hälfte mit He II gefüllt (Abbildung 13). Hierin tritt bei genügend tiefen Frequenzen (so, daß Dampf und Flüssigkeit im quasistatischen Gleichgewicht sind) wegen der starken Kopplung von Dampf-Schall und 2. Schall ein weiterer Schalltyp auf, der zum Gesamtsystem gehört. Sender und Empfänger können sich sowohl in der Flüssigkeit als auch im Dampf befinden. Die Phasengeschwindigkeit c ist proportional der des 2. Schalls c_2 . Der Proportionalitätsfaktor (siehe Informationskasten 2) enthält unter anderem auch die Geometrie des Schallkanals, nämlich die Größen L und H . Variiert man die relative Füllhöhe L/H von 0 bis 1, so durchläuft c Werte, die zwischen c_D und c_2 liegen. Abbildung 13 zeigt Meßwerte im Vergleich zur Theorie. c_D ist die Schallgeschwindigkeit in der dampfförmigen Phase.

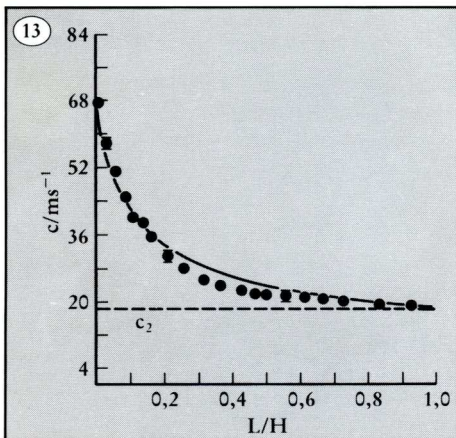
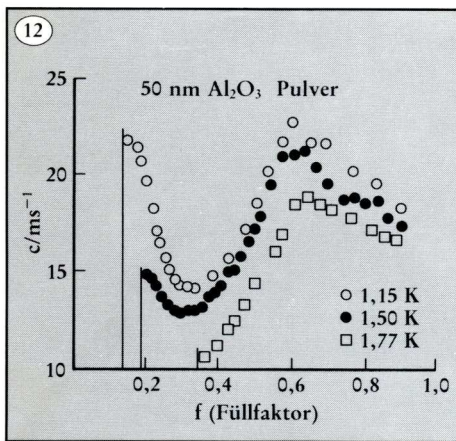
Weitere Wellentypen

Zunächst sei ein He-II-Oberflächenwellen-Experiment erwähnt, das für Spacelab-Flüge unter schwerelosen Bedingungen geplant ist (P. Mason et al. [7]). Es geht dabei um die Untersuchung von Kapillarwellen im langwelligen Bereich, die in Laborexperimenten wegen der hier dominierenden Schwerewellen nicht beobachtet werden können. Geplant sind Experimente mit Helium-Filmen bis zu 10 μm Dicke, so daß der 3. Schall keine Rolle spielt. Ziel ist einmal, überhaupt die Existenz dieser Wellen auf Helium-Filmen zu zeigen und zum anderen, deren Phasengeschwindigkeit und Dämpfung in Abhängigkeit von Frequenz, Temperatur und Filmdicke zu bestimmen. Möglicherweise muß auch bei diesen Experimenten die Anregung von Zweiphasenschall in Betracht gezogen werden.

Bei einem weiteren Wellentyp, dessen experimenteller Nachweis kürzlich Passing und Wiechert [8] gelang, handelt es sich um eine thermische Welle, die wie 4. Schall in vollständig mit He II gefüllten Kapillaren auftritt. Da diese Welle sehr stark gedämpft ist – sie gehorcht einer Differentialgleichung vom Typ der Wärmeleitungsgleichung –, wird sie nicht als Schall bezeichnet, sondern hat den Namen „5. Wellentyp“. (In der Literatur kommen auch die Namen „kein Schall“ oder „thermische Welle“ vor). Passing und Wie-

Abb. 12. Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom He Füllgrad f für ein 50 nm-Superleck (Anordnung nach Abbildung 7) (nach [5]). Zwischen $f = 0,3$ und $f = 0,6$ überwiegt hier der Oberflächenspannungsschall, der sich aus diesen Messungen separieren läßt.

Abb. 13. Geschwindigkeit c des Zweiphasenschalls, der in einem Ringkanal mit rechteckigem Querschnitt gemessen wurde, in Abhängigkeit von der relativen Füllhöhe L/H . Die gestrichelte Linie gibt die Geschwindigkeit des 2. Schalls an.



chert benutzen als Kapillarsystem zwei planparallele Glasplatten, deren Abstand d wenige μm beträgt. Für diese Geometrie ergibt sich als Phasengeschwindigkeit c des 5. Wellentyps [9] ein komplizierter Ausdruck, der im Informationskasten 2 angegeben ist. Er enthält die Wärmeleitfähigkeit λ und die Viskosität η . Über die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit wurde c gemessen, wobei sich eine gute Übereinstimmung mit der Theorie ergab. Die Existenz des 5. Wellentyps kann nach diesen Messungen als gesichert gelten. Weiterführende Experimente sind geplant, um auch die Dämpfung dieses Wellentyps experimentell zu untersuchen.

Ausblick

Schließlich sei noch ein weiterer Schalltyp erwähnt, der bisher nur in ^3He - ^4He -Mischungen nachgewiesen werden konnte: der sogenannte 2. Oberflächenschall [10]. Er tritt zusätzlich zu den gewohnten Kapillarwellen auf und ergibt sich aus den hydrodynamischen Gleichungen des Zweiflüssigkeitenmodells für die Oberfläche. Es besteht eine enge Analogie zum 2. Schall, den man bei tiefen Temperaturen auch als eine adiabatische Dichtewelle im Gas der thermisch angeregten Pho-

nonen auffassen kann. Entsprechend handelt es sich beim 2. Oberflächenschall um adiabatische Dichtewellen im Gas der thermischen Elementaranregungen der Oberfläche, den sogenannten Ripplonen. In ^3He - ^4He -Mischungen stellt der 2. Oberflächenschall eine Welle in der Oberflächendichte der ^3He -Atome dar.

Literatur

Allgemein:

J. Wilks: "Liquid and Solid Helium"; Oxford 1967.

W. E. Keller: "Helium-3 and Helium-4", New York 1969.

S. J. Putterman: "Superfluid Hydrodynamics", Amsterdam, London, New York, 1974.

K. R. Atkins, I. Rudnick: "Third Sound", in Progr. in Low Temp. Phys. VI, edited by C. J. Gorter, Amsterdam, London, 1970, S. 37.

Originalarbeiten:

[1] G. A. Williams, R. Rosenbaum, I. Rudnick, Phys. Rev. Letters **42**, 1282 (1979).

[2] G. J. Jelatis, J. A. Roth, J. D. Maynard, Phys. Rev. Letters **42**, 1285 (1979).

[3] I. Rudnick, J. Maynard, G. Williams, S. Putterman, Phys. Rev. **B20**, 1934 (1979).

[4] G. A. Williams, R. Rosenbaum, Phys. Rev. **B20**, 4738 (1979).

[5] R. Rosenbaum, G. A. Williams, D. Heckerman, J. Marcus, D. Scholler, J. Maynard, I. Rudnick, J. Low Temp. Phys. **37**, 663 (1979).

[6] S. Putterman, D. Heckerman, R. Rosenbaum, G. A. Williams, Phys. Rev. Letters **42**, 580 (1979).

[7] P. Mason, D. Collins, P. Cowgill, D. E. E. Petrac, M. Saffren, T. Wang, Advances in Cryogenic Engineering **25**, 801 (1980).

[8] R. Passing, H. Wiechert, Verhandl. DPG (VI) **15**, 407 (1980), wird veröffentlicht.

[9] H. Wiechert, L. Meinhold-Heerlein, J. Low Temp. Phys. **4**, 273 (1971).

[10] D. O. Edwards, W. F. Saam, in Progr. in Low Temp. Phys. VIIA, Chap. 4, edited by D. F. Brewer, Amsterdam - New York - Oxford, 1978, S. 283.

Klaus Lüders, geb. 1936, Physik-Studium in Göttingen, München, Aachen und Karlsruhe; Promotion 1965 an der TH Karlsruhe; Habilitation 1972 an der FU Berlin. Seit 1972 Professor an der FU Berlin; 1974/75 und 1977 Forschungsaufenthalte an der Kyushu-Universität in Fukuoka, Japan. Arbeitsgebiet: Tieftemperaturphysik (Supraleitung, Helium II, Magnetische Kernresonanz).

Anschrift:

Prof. Dr. Klaus Lüders, Freie Universität Berlin, Königin-Luise-Str. 28-30, D-1000 Berlin 33.